

This question paper contains 4 printed pages.

B.A./B.Sc. (Sem. - VI)

Roll No.,

UG0803/UG9101

MAT-76T-302

B.A./B.Sc. Three/Four Year (Semester - VI)

EXAMINATION - May, 2026 (Held in Jul. 2026)

(Faculty of Science)

Subject - Mathematics

Complex Analysis & Mechanics

Time Allowed: Three Hours

Maximum Marks: 120

No supplementary answer book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जाएगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

Answers of short answer-type questions must be given in sequential order. Similarly, all the parts of one question of descriptive part should be answered in one place in the answer-book.

लघुत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के क्रमानुसार ही दें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करने चाहिए।

Write your roll number on the question paper before start answering of the questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

Question paper consists of three parts A, B and C.

प्रश्न पत्र में तीन भाग अ, ब और स होंगे।

PART A : 20 marks भाग - अ : 20 अंक

Part A is compulsory having 10 very short answer-type question (with a limit of 20 words) of two marks each. The first question is based on knowledge, understanding and applications of the topics/text covered in the syllabus.

भाग अ में दो अंक के 10 अति लघु उत्तरीय प्रश्न (20 शब्दों की सीमा के साथ) अनिवार्य हैं। पहला प्रश्न पाठ्यक्रम में शामिल विषयों/पाठ के ज्ञान, समझ और अनुप्रयोग पर आधारित है।

PART - B : 20 marks भाग - ब : 20 अंक

Part B has 4 questions (with a limit of 150 words) of 10 marks from each unit. The candidate is required to attempt any 2 questions.

प्रश्न पत्र के भाग ब में 10 अंक के 4 प्रश्न (150 शब्दों की सीमा के साथ) हैं। परीक्षार्थी को कोई भी 2 प्रश्न हल करने हैं।

PART - C : 80 marks भाग – स : 80 अंक

Part C of the question paper is divided into four units comprising question numbers 6-9. There is one descriptive question from each unit with internal choice. Each question will carry 20 marks.

प्रश्न पत्र के भाग स को प्रश्न संख्या 6-9 सहित चार इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक इकाई से आंतरिक विकल्प के साथ एक वर्णनात्मक प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न 20 अंक का है।

PART - A / भाग – अ

1. (i) Define Analytic Function.
विश्लेषिक फलन परिभाषित कीजिये।
- (ii) Write Cauchy-Riemann Equation.
कौशी-रीमान समीकरण लिखिये।
- (iii) State Cauchy's Integral theorem.
कौशी का समाकलन प्रमेय लिखिये।
- (iv) Give the example of Removable Singularity.
अपनेय विचित्रता का उदाहरण दीजिये।
- (v) Define residue at a Singularity.
विचित्र बिन्दु पर अवशेष की परिभाषा दीजिये।
- (vi) Write Radial velocity of moving partical.
गतिशील कण की अरीय वेग लिखिये।
- (vii) Define force of Friction.
घर्षण बल परिभाषित कीजिये।
- (viii) What is the directrix of a catenary?
कैटिनरी की नियता क्या होती है?
- (ix) Define cone of friction.
घर्षण शंकु को परिभाषित कीजिये।
- (x) Define span and sag of a catenary.
एक कैटिनरी की विस्तृति एवं झोल को परिभाषित कीजिये।

PART - B / भाग – ब

2. Prove that (सिद्ध कीजिये)

$$\int_C \frac{dz}{z-a} = 2\pi i$$

Where C is given by the equation $|z-a|=R$

(जहाँ C का समीकरण $|z-a|=R$ है)

3. Expand $\sin z$ in a Taylor's series about $z=0$ and determine the region of convergence.

$\sin z$ का $z=0$ के सामीप्य में टेलर श्रेणी में प्रसार कीजिये तथा अभिसारी होने का क्षेत्र ज्ञात कीजिये।

4. If the angular velocity of a point moving in a plane curve be constant about a fixed origin. Show that its transverse acceleration varies as its radical velocity.

यदि किसी समतल वक्र में एक गतिमान बिन्दु का मूल बिन्दु के सापेक्ष कोणीय वेग अचर हो, तो सिद्ध कीजिये कि उसका अनुप्रस्थ त्वरण अरीय वेग के समानुपाती होगा।

5. If two bodies be in contact then define relation between angle of friction and coefficient of friction.

जब दो पिण्ड परस्पर स्पर्श करते हों तब घर्षण कोण और घर्षण गुणांक के बीच सम्बन्ध ज्ञात कीजिये।

PART - C / भाग - स

UNIT - I/ इकाई - I

6. Let $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ be defined in a domain D. Then show that $f(z)$ is analytic in D if $u(x,y)$ and $v(x,y)$ have continuous partial derivatives and satisfy Cauchy-Riemann equations -

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{and} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

at all points of the domains D.

मान लो $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ प्रान्त D में परिभाषित है तब प्रदर्शित कीजिये $f(z)$ प्रान्त D में विश्लेषिक फलन होता है यदि $u(x,y)$ तथा $v(x,y)$ के प्रथम कोटि के आंशिक अवकलज प्रान्त D के प्रत्येक बिन्दु पर संतत है तथा कोशी-रीमान समीकरण

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{तथा} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

प्रान्त D के प्रत्येक बिन्दु पर सन्तुष्ट होती है।

OR/ अथवा

- (a) Show that function $u = \cos x \cosh y$ is harmonic and find its harmonic conjugate.

प्रदर्शित कीजिये कि फलन $u = \cos x \cosh y$ प्रसंवादी फलन है तथा इसका प्रसंवादी ससुग्मी ज्ञात कीजिये।

- (b) Prove that the function defined by

$$f(z) = \frac{x^2 y^3 (x + iy)}{x^4 + y^{10}}, \quad z \neq 0$$

and $f(0) = 0$ is not analytic at the origin though Cauchy - Riemann equations are satisfied at the point.

सिद्ध कीजिये कि फलन

$$f(z) = \frac{x^2 y^3 (x + iy)}{x^4 + y^{10}}, \quad z \neq 0$$

तथा $f(0) = 0$ मूल बिन्दु पर विश्लेषिक नहीं है जबकि इस बिन्दु पर कोशी - रीमान समीकरण सन्तुष्ट है।

UNIT - II/ इकाई - II

7. State and prove Cauchy - Goursat theorem.

कोशी-गूसा प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये।

OR/ अथवा

Prove that the derivative of an analytic function is itself an analytic function.

सिद्ध कीजिए किसी विश्लेषिक फलन का अवकलज स्वयं एक विश्लेषिक फलन होता है।

Ruoldpapers.com

UNIT - III/ इकाई - III

8. If a particle moves from a fixed point on the curve $s = f(\psi)$, then obtain the expressions for tangential and normal velocities and Accelerations.

यदि एक कण किसी स्थिर बिन्दु से वक्र $s = f(\psi)$ पर गमन करता हो तो उस कण के स्पर्श रेखीय तथा अभिलम्बिक वेगों तथा त्वरणों के व्यंजक प्राप्त कीजिये।

OR/ अथवा

A particle is moving vertically downwards from rest through a medium whose resistance varying as the square of the velocity. To discuss its motion.

एक कण विरामावस्था से गुरुत्वाकर्षण के अधीन एक ऐसे माध्यम में होकर गिरता है जिसका प्रतिरोध उसके वेग के वर्ग के समानुपाती है। इसकी गति की विवेचना कीजिये।

UNIT - IV/ इकाई - IV

9. (a) A sphere of given weight W , rests between two smooth planes, one vertical and the other inclined at an angle α to the vertical. Find the reactions of the planes on the sphere.

W भार का एक गोला दो चिकने समतलों के बीच में रखा हुआ है। एक समतल ऊर्ध्वाधर में है और दूसरा इसके α कोण बनाता है। गोले पर समतलों की प्रतिक्रियाएँ ज्ञात कीजिये।

- (b) Prove that the least force required to pull a body of weight W on a rough horizontal plane is $W \sin \lambda$, where λ is the angle of friction.

सिद्ध कीजिए कि W भार के एक पिण्ड को रूख क्षैतिज समतल पर खींचने के लिये आवश्यक न्यूनतम बल $W \sin \lambda$ है, जहाँ λ घर्षण कोण है।

OR/ अथवा

- (a) Five weightless rods of equal lengths are jointed together so as to form a rhombus ABCD with one diagonal BD. If a weight W be attached to C and the system be suspended from A. Show that there is a thrust in BD equal to $W/\sqrt{3}$.

समान लम्बाई के पाँच भारहीन छड़ परस्पर जोड़े गए हैं ताकि एक विकर्ण BD सहित समचतुर्भुज ABCD बने। यदि C पर एक भार W बँध दिया जाए और निकाय को A से लटकाया जाए, तो सिद्ध कीजिये कि BD में प्रणोद $W/\sqrt{3}$ के तुल्य है।

- (b) A uniform chain of length l , is to be suspended from two points A and B in the same horizontal line so that either terminal tension is n times that at the lowest point, show that the span must be

$$\frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}} \log e \left\{ \left(n + \sqrt{n^2 - 1} \right) \right\}$$

l लम्बाई की एकसमान जंजीर को एक ही क्षैतिज रेखा के दो बिन्दु A तथा B के मध्य लटकाना है जिसके सिरों पर तनाव निम्नतम बिन्दु पर तनाव का n गुना है, तो सिद्ध कीजिए कि इसकी विस्तृति AB होनी चाहिए --

$$\frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}} \log e \left\{ \left(n + \sqrt{n^2 - 1} \right) \right\}$$